

KAEDAH PEMFAKTORAN AJAIB UNGKAPAN KUADRATIK (P.A.U.K)

Teh Ah Huat

ABSTRAK

Ramai pelajar sekolah menengah tidak menguasai kemahiran pemfaktoran ungkapan kuadratik. Mereka biasanya menggunakan kalkulator saintifik untuk mendapatkan jawapan bagi soalan yang melibatkan pemfaktoran ungkapan kuadratik. Punca masalah ini wujud disebabkan oleh kaedah pemfaktoran yang digunakan secara meluas (kaedah silang) adalah kurang efektif dan perlu cara cuba-jaya. Penyelidikan ini bertujuan untuk mengaji keberkesanan Kit P.A.U.K dalam pemfaktoran ungkapan kuadratik. Satu kajian telah dilaksanakan kepada pelajar PPISMP semester 1 major Matematikambilan Jun 2013 yang melibatkan Ujian Pra, Rawatan dan Ujian Pasca. Dapatan kajian telah menunjukkan terdapat peningkatan dari purata soalan yang dijawab dengan betul dan pengurangan masa yang diambil untuk menjawab soalan pemfaktoran selepas menggunakan Kaedah P.A.U.K.

PENGENALAN

Penyelesaian masalah adalah merupakan tujuan utama pembelajaran matematik. Pelajar perlu menguasai kaedah pemfaktoran ungkapan kuadratik sebelum mereka dapat menyelesaikan masalah yang melibatkan persamaan kuadratik. Pemfaktoran ungkapan kuadratik mula diperkenalkan di Tingkatan 3 di bawah topik Ungkapan Algebra III. Seterusnya dalam sukatan Matematik Tingkatan 4, pemfaktoran ungkapan kuadratik merupakan penumpuan utama dalam topik Ungkapan dan Persamaan Kuadratik. Selain daripada itu, dalam sukatan Matematik Tambahan Tingkatan 4 juga terdapat topik Persamaan Kuadratik dan Fungsi Kuadratik yang memerlukan kemahiran pemfaktoran ungkapan kuadratik. Penggunaan pemfaktoran ungkapan kuadratik sangat diperlukan dan menjadi asas kepada penyelesaian masalah matematik untuk tahap pendidikan yang lebih tinggi sehingga ke peringkat ijazah.

PENYATAAN MASALAH

Guru biasanya menerangkan konsep pemfaktoran ungkapan kuadratik sebagai proses songsangan bagi kembangan dua ungkapan linear, malahan ada guru yang tidak menerangkan konsep langsung. Selepas itu, guru akan memperkenalkan kaedah silang dan diikuti dengan banyak latihan pengukuhan supaya pelajar dapat menguasai kaedah pemfaktoran.

Kaedah silang ungkapan kuadratik, $ax^2 + bx + c$ biasanya menggunakan pendaraban bersilang untuk mencari gabungan dua integer di mana bukan

sahaja hasil darab dua integer itu mesti sama dengan c , manakala hasil tambah dua integer itu juga mesti sama dengan b . Kaedah silang akan bertambah rumit bila a bukan satu kerana bilangan gabungan dua integer berganda.

TINJAUAN KAJIAN

Penyelesaian persamaan kuadratik merupakan asas kepada penyelesaian banyak masalah matematik. Walaupun banyak penekanan diberi kepada topik fungsi kuadratik, tetapi pelajar masih menghadapi masalah untuk memahami fungsi kuadratik (Ellis & Grinstead, 2008). Bosse and Nardakumar (2005) menyatakan kaedah pemfaktoran merupakan punca masalah bagi pelajar dalam penyelesaian persamaan kuadratik serta pemfaktoran menjadi lebih rumit apabila a dan c mempunyai banyak pasangan. Terdapat banyak penyelidikan berkaitan dengan pendidikan algebra, akan tetapi kajian tentang pengajaran dan pembelajaran persamaan kuadratik adalah sangat sedikit (Kieran, 2007, Vaiyavutjamai & Clements, 2006)

PERSOALAN KAJIAN

Kajian ini dijalankan untuk melihat kesan Kit P.A.U.K. ke atas pengajaran dan pembelajaran dalam topik pemfaktoran ungkapan kuadratik. Antara persoalan kajian ini ialah:

- Adakah penggunaan Kit P.A.U.K dapat meningkatkan kefahaman konsep pemfaktoran ungkapan kuadratik pelajar?
- Adakah penggunaan Kit P.A.U.K dapat meningkatkan minat pelajar terhadap pemfaktoran ungkapan kuadratik?
- Adakah penggunaan Kit P.A.U.K dapat meningkatkan keberkesanan pengajaran dan pembelajaran pemfaktoran ungkapan kuadratik?
- Adakah penggunaan Kit P.A.U.K dapat menjimatkan masa pemfaktoran ungkapan kuadratik bagi pelajar?

Batasan Kajian

Kajian ini merupakan satu kajian tindakan yang dilaksanakan untuk meningkatkan keberkesanan pengajaran dan pembelajaran bagi kelas PPSIMP semester satu major Matematik, penyelidik telah mengambil kira beberapa perkara bagi membatasi kajian ini:

- i. Kajian ini hanya melibatkan bilangan pelajar yang sedikit iaitu 14 orang pelajar .
- ii. Kajian ini melibatkan pelajar yang cemerlang dalam matematik.

METODOLOGI

Reka bentuk Kajian

Kajian yang dijalankan adalah satu kajian yang berbentuk Penyelidikan dan Pembangunan (R&D) iaitu kajian ke atas kesan produk inovasi yang telah dihasilkan. Penyelidik menumpukan kepada kesan penggunaan Kit P.A.U.K dalam meningkatkan kefahaman konsep, minat dan keberkesanan pengajaran dan pembelajaran pemfaktoran ungkapan kuadratik serta menjimatkan masa melakukan ungkapan kuadratik bagi pelajar PPSIMP semester satu major Matematik di IPGK Kent. Ujian pra dan ujian pasca diberikan sebelum dan selepas penggunaan Kit P.A.U.K. Selain daripada itu, satu borang refleksi turut diberi kepada para pelajar, pensyarah serta penilai selepas Kit P.A.U.K. diperkenalkan kepada mereka semasa Pertandingan Inovasi dan Kreativiti Pensyarah IPG Kampus Kent 2014 yang berlangsung pada 3 – 4 April 2014. untuk mengesan impak penggunaan Kit P.A.U.K .

Reka Bentuk Kit P.A.U.K

Pengajaran konsep yang melibatkan penggunaan bahan bantu belajar pada tahap mula adalah sangat penting untuk seorang pelajar memahami konsep pemfaktoran ungkapan kuadratik. Sebagai contoh konsep pemfaktoran boleh diajar dengan menggunakan konsep luas segiempat tepat di mana luas segiempat tepat adalah sama dengan panjang x lebar.

Penyelidik menggunakan set P.A.U.K untuk menerangkan konsep pemfaktoran ungkapan kuadratik. Projek inovasi P.A.U.K dilaksanakan melalui 6 fasa.

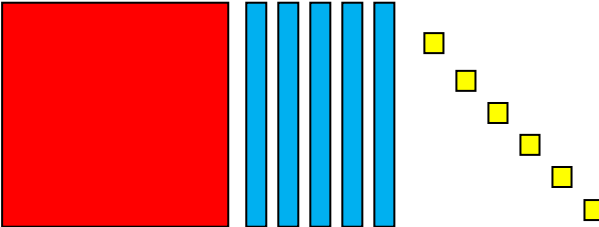



Fasa 1: Tinjauan Awal

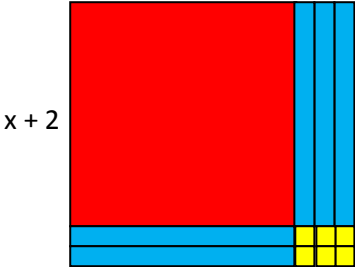
Dalam satu sesi Pengajaran dan pembelajaran untuk topik persamaan dan ketaksamaan kuadratik kepada pelajar PPISMP, didapati hampir semua pelajar menggunakan kalkulator saintifik. Bila ditanya kenapa mereka guna kalkulator, sebahagian pelajar mengatakan mereka hanya pandai guna kalkulator untuk membuat pemfaktoran ungkapan kuadratik, manakala sebahagian pelajar pula mengatakan guru mereka ada ajar kaedah silang tetapi tidak diberi tumpuan. Guru menggalakkan mereka guna kalkulator supaya boleh dapat jawapan dengan lebih cepat dan tiada kesilapan. Pada 19 Ogos 2013, satu Ujian Pra telah ditadbirkan, bilangan soalan yang dijawab dengan betul dan masa yang digunakan untuk menjawab ujian berkenaan dicatat. Dalam Ujian Pra ini, pelajar tidak boleh menggunakan kalkulator.

Fasa 2: Sesi Input

Satu sesi input telah dilaksanakan berdasarkan buku panduan yang disediakan. Pada peringkat 1, diterangkan bagaimana proses pemfaktoran ungkapan kuadratik adalah bersama dengan menyusun petak yang diberi dalam bentuk segiempat tepat. Panjang dan lebar adalah merupakan faktor-faktor ungkapan kuadratik berkenaan. Langkah-langkah adalah seperti berikut:-

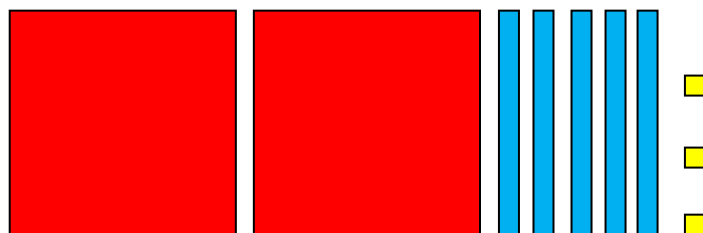
Langkah-langkah pemfaktoran $ax^2 + bx + c$ di mana $a = 1$, $b = 5$ dan $c = 6$

Secara matematik	Secara gambarajah
<p>Diberi $x^2 + 5x + 6$, cari faktor-faktornya.</p>	<p>Diberi ini,</p>  <p>Susunkan semua petak-petak di atas supaya menjadi petak berbentuk segiempat tepat</p>
<p>Pertimbangkan magnitud c iaitu 6</p>	<p>Pertimbangkan petak kecil</p> 
<p>Faktor bagi 6 ialah 6 dan 1, 3 dan 2</p> <p>Oleh kerana operasi bagi 6 ialah +, maka cari hasil tambah bagi faktor-faktornya.</p> <p>Hasil tambah bagi 6 dan 1 ialah 7</p> <p>Hasil tambah bagi 3 dan 2 ialah 5</p>	<p>Susunkan semua petak kecil ini supaya jadi segiempat tepat. Hanya terdapat 2 bentuk segiempat tepat iaitu 6×1 dan 3×2.</p>  <p>Hasil tambah bagi panjang dan lebar bagi 6×1 ialah 7</p> <p>Hasil tambah bagi panjang dan lebar bagi 3×2 ialah 5</p>
<p>Faktor 3 dan 2 dipilih kerana hasil tambahnya sama dengan magnitud b iaitu 5.</p>	 <p>Petak 3×2 dipilih kerana hasil tambah bagi panjang dan lebarnya sama dengan b iaitu 5</p>

Secara matematik	Secara gambarajah
<p>Operasi bagi 6 ialah +, maka operasi bagi 3 dan 2 ialah samada kedua-dua + atau kedua-dua -. Oleh kerana operasi bagi 5x ialah +, maka kedua-dua operasi bagi 3 dan 2 ialah +.</p> <p>Faktor bagi $x^2 + 5x + 6 = (x + 3)(x + 2)$</p>	<p>Berpandukan kepada petak 3 x 2, maka semua petak-petak lain boleh disusun dengan senang untuk berbentuk segiempat tepat.</p>  <p>Faktor bagi $x^2 + 5x + 6 = (x + 3)(x + 2)$</p>

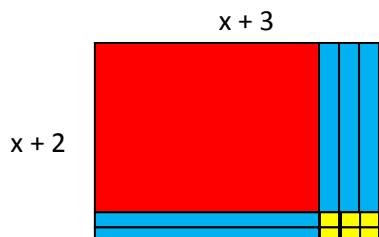
Pada peringkat ke-2, guru menerangkan bagaimana penyusunan dalam bentuk segiempat tepat asas di peringkat pertama dapat membantu menyusun luas yang melibatkan $a \neq 1$ dalam bentuk segiempat tepat dan seterusnya mendapatkan faktor-faktor baru bagi ungkapan kuadratik yang baru. Langkah-langkah adalah seperti contoh berikut:

Faktorkan $2x^2 + 5x + 3$



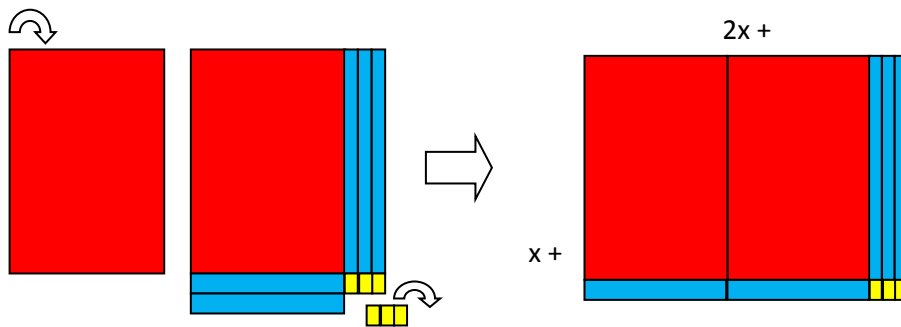
Langkah 1 : $2x^2 + 5x + 3$ akan jadi $x^2 + 5x + 6$

Gambarajah bagi $x^2 + 5x + 6$ bila disusun dalam bentuk segiempat seperti berikut:



Pemfaktoran bagi $x^2 + 5x + 6 = (x + 3)(x + 2)$

Untuk dapat balik $2x^2 + 5x + 3$, 1 petak x^2 (merah) ditambah dan 3 petak kuning dikurangkan. Susun supaya dalam bentuk segiempat tepat



Langkah 2: $x^2 + 5x + 6 = (x + 3)(x + 2)$, maka $2x^2 + 5x + 3 = (2x + 3)(x + 1)$

Fasa 3: Aktiviti Kumpulan – Penggunaan Set P.A.U.K

Pelajar-pelajar menggunakan set P.A.U.K untuk melaksanakan aktiviti kumpulan yang diberi berdasarkan buku panduan.

Fasa 4: Persediaan Sebelum Ujian Pasca

Pelajar diajar cara membuat pemfaktoran ungkapan kuadratik tanpa menggunakan set P.A.U.K. Langkah-langkah Kaedah P.A.U.K adalah seperti contoh berikut:

Faktorakan $12x^2 + x - 6(ax^2 + b x + c)$

Langkah yang terlibat:

a. Darabkan a dengan c iaitu $12 \times 6 = 72$

Jadi $12x^2 + x - 6 \Rightarrow x^2 + x - 72$

b. Senaraikan semua gabungan pendaraban yang memberi nilai hasil darab ac iaitu 72

72	36	24	18	12	9
1	2	3	4	6	8

c. Dapatkan hasil tolaknya yang memberi nilai b iaitu 1

72	36	24	18	12	9
1	2	3	4	6	8
<hr/>					
71	34	21	14	6	1

d. Pertimbangkan yang mana positif yang mana negatif dan tuliskan dalam bentuk $(x + p)(x - q)$

$$x^2 + x - 72 = (x + 9)(x - 8)$$

e. Faktorkan a daripada p atau q, dan letakkan di kurungan yang berlainan sebagai pekali x supaya hasil darab pekali x adalah a.

$$12x^2 + x - 6 = (4x + 3)(3x - 2)$$

Fasa 5: Ujian Pasca

Ujian Pasca ditadbirkan, 2 aspek iaitu bilangan soalan yang dijawab dengan betul dan masa yang digunakan untuk menjawab ujian berkenaan dicatat. Perbandingan kedua-dua aspek dalam Ujian Pra dan Ujian Pasca dibuat.

Fasa 6: Penyebarluasan projek

Penggunaan Kit P.A.U.K telah disebarluaskan kepada guru matematik SM All Saint. Guru matematik berkenaan telah mengaplikasikan kaedah P.A.U.K dalam Pengajaran dan pembelajarannya. Selain daripada itu, projek inovasi P.A.U.K juga telah dipertandingkan dalam Pertandingan Inovasi dan Kreativiti Pensyarah IPG Kampus Kent 2014.

Sampel Kajian

Sampel kajian ini terdiri daripada 14 pelajar PPISMP semester 1 major Matematikambilan Jun 2013 yang mengambil kursus MTE1014 iaitu Algebra di mana mempunyai sub topik persamaan dan ketaksamaan kuadratik.

Instrumen Kajian

Dalam kajian ini penyelidik menggunakan Borang Refleksi tentang Kaedah P.A.U.K. untuk menjawab persoalan kajian pertama dan kedua. Borang Refleksi tentang Kaedah P.A.U.K. mempunyai 2 bahagian iaitu komen tentang Kaedah P.A.U.K selepas mendengar penerangan dan komen selepas menggunakan kaedah ini dalam pengajaran dan pembelajaran.

Untuk menjawab persoalan kajian ketiga dan keempat pula, Ujian Pra dan Ujian Pasca digunakan. Ujian Pra dan Ujian Pasca merupakan dua set soalan berlainan yang mempunyai 10 soalan masing-masing. Soalan pertama dan kedua terdiri daripada ungkapan kuadratik di mana $a = 1$. Seterusnya soalan ketiga hingga soalan sepuluh masing-masing merupakan ungkapan kuadratik di mana $a \neq 1$. Perbandingan dibuat antara purata bilangan soalan yang dijawab dengan betul dalam Ujian Pra dan Ujian Pasca. Selain daripada itu,

purata masa yang diambil untuk menjawab Ujian Pra dan Ujian Pasca turut dibuat perbandingan.

Analisis Data

Analisis daripada Ujian Pra dan Ujian Pasca adalah seperti berikut:

Bil	Ujian Pra		Ujian Pasca		Bil	Masa
	Bil Betul, A	Masa, B	Bil Betul, C	Masa, D	C - A	D - B
1	10	04:42	10	06:42	0	02:00
2	10	10:30	10	10:55	0	00:25
3	10	08:01	10	09:15	0	-01:14
4	9	09:05	10	11:19	1	02:14
5	9	12:53	6	05:45	-3	-07:08
6	9	16:33	8	14:44	-1	-01:49
7	8	20:05	8	15:01	0	-05:04
8	7	06:40	10	09:22	3	-02:42
9	7	14:45	8	07:31	1	-07:14
10	7	15:07	6	13:49	-1	-01:18
11	6	09:52	6	08:32	0	-01:20
12	4	25:00	10	18:36	6	-06:24
13	3	14:45	8	07:08	5	-07:37
14	3	14:05	9	09:05	6	-05:00
Purata	7.3	13:00	8.5	10:33		

Jadual 1: Perbandingan Ujian Pra dan Ujian Pasca

DAPATAN DAN PERBINCANGAN

Dapatan

Dengan menggunakan Kit P.A.U.K sebagai bahan bantu belajar, pelajar dapat melakukan pembentukan segiempat tepat secara 'hand on'. Ini dapat meningkatkan kefahaman pelajar berkaitan dengan konsep pemfaktoran ungkapan kuadratik dengan konsep luas.

Pelajar begitu hairan dengan kaedah P.A.U.K dimana pelajar hanya perlu menyusun petak-petak yang diberi dalam bentuk segiempat tepat dan terus dapat jawapan dengan hanya berpandu kepada panjang dan lebar segiempat tepat berkenaan. Pelajar tidak merasa bosan dan susah dalam proses pembentukan segiempat tepat kerana ada panduan yang diberikan. Mereka begitu gembira dan seronok dalam perbincangan pembentukan segiempat tepat.

Analisis data dari Ujian Pra dan Ujian Pasca menunjukkan purata bilangan soalan yang dijawab dengan betul bagi Ujian Pasca terdapat peningkatan banding dengan purata bilangan soalan yang dijawab dengan betul bagi Ujian pra. Purata bilangan soalan yang dijawab dengan betul meningkat daripada **7.3** soalan kepada **8.5** soalan iaitu terdapat peningkatan sebanyak **16.67%**.

Dari segi masa yang diambil untuk Ujian Pra dan Ujian Pasca, Jadual 1 menunjukkan purata masa yang diambil untuk ujian pra ialah **13:00** minit manakala untuk Ujian Pasca ialah **10:33** minit iaitu terdapat penyingkatan masa sebanyak **18.85%**.

Perbincangan

Sekiranya kita lihat dari individu kepada individu, kita dapat terdapat tiga pelajar yang mengambil masa yang lebih panjang di Ujian Pasca banding dengan Ujian Pra. Ketiga-tiga pelajar itu memang merupakan pelajar yang dapat menguasai Kaedah Silang. Mereka mungkin perlu lebih masa supaya dapat menggunakan kaedah baru iaitu Kaedah P.A.U.K.

Begitu juga bagi bilangan soalan yang dijawab dengan betul, tiga pelajar mendapat bilangan soalan yang dijawab dengan betul di Ujian Pasca adalah kurang daripada bilangan soalan yang dijawab dengan betul di Ujian Pra. Bila dikaji, didapati mereka masih keliru dengan langkah terakhir iaitu faktorkan a daripada p atau q , dan letakkan di kurungan yang berlainan sebagai pekali supaya hasil darab pekali x adalah a .

KESIMPULAN DAN CADANGAN

Kesimpulan

Secara keseluruhan, kaedah P.A.U.K berjaya menghasilkan intervensi yang memberi kesan positif kepada Pengajaran dan pembelajaran bagi topik pemfaktoran ungkapan kuadratik. Kaedah ini telah berjaya menghasilkan Pengajaran dan pembelajaran yang menyeronokkan. Kaedah P.A.U.K memang jauh lebih mudah banding dengan kaedah silang. Kaedah P.A.U.K terus memberi gabungan pendaraban yang tepat dan tidak menggunakan kaedah cuba-jaya yang mengambil masa yang panjang. Kaedah P.A.U.K juga dapat mengurangkan kesilapan yang dilakukan.

Cadangan

Penyelidik di sini mencadangkan kajian penggunaan kaedah P.A.U.K untuk mengajar tajuk pemfaktoran ungkapan kuadratik dijalankan kepada pelajar tingkatan empat. Sekiranya kesan masih positif maka dicadangkan selain daripada kaedah silang yang terdapat dalam huraian sukatan pelajaran mata pelajaran Matematik Tingkatan 4, Kaedah P.A.U.K juga boleh dimasukkan dalam huraian sukatan pelajaran mata pelajaran Matematik Tingkatan 4.

RUJUKAN

- Bossé, M. J., & Nandakumar, N. R. (2005). The factorability of quadratics: Motivation for more techniques (section A). *Teaching Mathematics and its Applications*, 24(4), 143-153.
- Ellis, A.B., & Grinstead, P. (2008). Hidden lessons: How a focus on slope-like properties of quadratic functions encouraged unexpected generalizations. *Journal of Mathematical Behavior*, 27(4), 277-296
- Kieran, C. (2007). Learning and teaching algebra at the middle school through college levels. In F. Lester (ed.), *Second Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning: A project of the National Council of Teachers of Mathematics*. Vol II(pp. 669-705). Charlotte, NC: Information Age Publishing.